Autres

conclusions

Au plus large, j'entends par didactique la science de la diffusion des connaissances à travers la société. Spécifiez cette définition en prenant pour connaissances à diffuser celles qui composent telle ou telle matière enseignée à l'école, pour institution de diffusion cette école même, et vous obtiendrez les diverses didactiques, ces « didactiques des disciplines » auxquelles le titre de notre colloque fait référence. Il est vrai que ces didactiques, et la didactique en général dont elles sont des spécifications, sont encore trop peu développées – ce dont les didacticiens, je l'ai suggéré, ne sont pas les premiers responsables ! Mais ce qui importe ici, c'est de désigner un champ d'études, la didactique, *qui soit potentiellement en adéquation avec ce que j'ai nommé plus haut l'*ordre didactique, *l'ordre des pratiques de diffusion de connaissances spécifiées dans des groupes humains spécifiés. Ce champ, on le voit, est immense. […]*

Par contraste, les recherches didactiques qui devraient être au cœur de ce colloque, et qui, de manière permanente, doivent être au cœur de l'activité des IUFM, sont ce que je nommerai des recherches finalisées par le développement des formations d'enseignants, *et, parce que tout cela se tient, par le développement* des formations scolaires *dans lesquelles ces enseignants sont appelés à intervenir : recherches centrées, donc, sur la diffusion de connaissances « disciplinaires » au sein des publics scolaires, et, en amont, sur la diffusion de connaissances* didactiques *au sein des corporations enseignantes. […]*

Les « savoirs disciplinaires », comme on dit, sont ainsi au cœur des recherches de didactique, cela va de soi. Mais ils sont aussi au cœur du travail de formation des enseignants, *pour qui ils sont, non pas seulement l'objet même à diffuser, mais bien un* outil *essentiel au service de la conception et du réglage de l'acte d'enseignement. Ainsi, en tant que discipline de formation, la didactique impose-t-elle par nature à l'apprenti enseignant de travailler et de retravailler la matière à enseigner dans une perspective pour lui largement inédite, parce qu'ayant été généralement dominée, dans ses études antérieures, par des problématiques issues d'autres fonctionnements sociaux de la discipline qu'il a fait choix d'enseigner. Les « savoirs disciplinaires » deviennent ainsi, pour l'enseignant, des « savoirs professionnels », qui prennent rang parmi l'ensemble des connaissances que la didactique organise à son intention.*

Yves Chevallard
Observations inaugurales
Colloque d'Aix Marseille - 2000

Présentation

Le travail dont nous rendons compte s'est construit dans les interactions subtiles des problématiques de quatre approches différentes, à savoir celles :

- d'un technicien pour l'implémentation des micromondes
- d'un théoricien pour la synthèse mathématique
- d'un formateur pour l'expérimentation sur le terrain
- d'un chercheur en didactique pour la distance analytique sur ce qui a été entrepris et un regard global sur ce qui est alors mis en jeu.

Le lecteur a pu s'apercevoir qu'en dehors du chapitre 1 – dont nous avions signalé la spécificité dans l'introduction – le dernier intervenant de la liste est omniprésent dans les différents choix opérés, et, même si le premier est parfois largement sur le devant de la scène dans les chapitres d'implémentation, pour des question d'efficacité des outils mis à la disposition du troisième, d'une manière générale, la relation entre les deux extrêmes s'est faite avec une complicité certaine, efficacement installée dans un mélange de superposition, d'incrustation et de lumière tamisée[1].

Si, pour la cohérence du propos, une synthèse mathématique était indispensable, le théoricien[2] est relativement peu présent dans ce travail : quelques apparitions, comme chroniqueur historique, pour rendre compte des travaux de Beltrami et de Bolyai, puis une nécessaire présence pour la présentation de l'axiomatique de Bachmann. Mais manifestement, même là, il est assez rapidement étouffé par le technicien qui veut montrer ce que l'on peut faire de dynamique pour « illustrer les théorèmes » en embarquant de nombreux commentaires dans les figures en fonction des manipulations de l'utilisateur. Heureusement, la séparation des géométries est peu propice à l'illustration et la géométrie dynamique – telle qu'elle est implémentée – assez peu pertinente pour la géométrie finie, ce qui a donné un peu de champ, à ces endroits, aux développements théoriques. La prise en main de la seconde partie par le formateur a donné une autre coloration[3] au compte rendu du travail engagé.

Après avoir abordé les premières conclusions du côté du formateur et du chercheur au chapitre précédent, nous nous proposons, dans cette seconde tranche de conclusions, de donner la parole au technicien, prompt à s'exprimer, puis au « théoricien » qui va nous dire l'évolution de ses représentations au cours de ce travail.

Nous terminerons par quelques remarques sur l'approche de l'enseignant, comme objet d'étude, par la didactique.

---

[1] En référence, par exemple, aux 16 types d'application des calques de Photoshop, avec toutes les nuances de transparence possibles. Nous tenions à citer ce logiciel pour la finition de son interface, en terme d'engagement direct, certes moins visible à première vue, que sur un logiciel à visée directement didactique, mais largement présent aussi : l'industrie à des critères d'efficacité qui font que les logiciels atteignent des degrés de convivialité avec l'utilisateur qui peuvent être subtiles.

[2] Il aurait fallu écrire « le mathématicien », mais après la définition de Dieudonné, c'est assez inopportun : non seulement nous en sommes bien loin, mais, en côtoyant pendant plus d'un an, un « vrai » mathématicien, nous avons eu tout le loisir de voir la différence entre l'énergie d'un formateur dont la créativité est essentiellement dans la transposition didactique (ou son analyse) et celle d'un mathématicien dont la créativité interroge et bouscule régulièrement l'essence même des concepts engagés. Et, même si ce n'est pas toujours visible dans le texte, l'un des résultats les plus remarquables de ce travail est que l'énergie du second a su faire poser quelques pas au premier dans ce monde, si nouveau pour lui, et duquel il se croyait à jamais éloigné.

[3] Conceptuelle s'entend, mais, on le voit aussi, *physique* ;-)

XI.1. L'implémentation des modèles

Nous avons déjà abordé certains aspects théoriques sur les potentialités de la géométrie dynamique (en *II.1.e* p. 131), en particulier en parlant de bibliothèques de comportement, dont une première pourrait être sur le comportement des intersections.

Nous abordons maintenant des choses plus élémentaires, du point de vue du *technicien* qui a réalisé les figures et les différentes barres de menus mises à disposition sur le CD accompagnant ce texte.

XI.1.a. Le moteur interne de Cabri

La réalisation et la manipulation directe de certaines figures complexes du chapitre 1 attestent de la robustesse du logiciel. D'autres réalisations, plus élémentaires en nombre d'objets, comme les droites et demi-droites dans dmPP confirment, elles, l'extraordinaire qualité de la gestion de l'infini.

Nous avons vu que la superposition de deux objets différents mais confondus, même dans des situations délicates, sont réalisées au pixel près quand il s'agit d'objets[4] Cabri. Une conséquence a pu en être, dans cette situation d'exploration de l'inconnu, le trouble quant à l'action réelle ou non d'une macro, comme nous l'avons analysé lors de la première séance sur le test de droites « en faisceau » ayant une perpendiculaire commune.

Ce travail rend donc compte, si cela était nécessaire, de la qualité mathématique et graphique du moteur interne du logiciel : ce n'est pas non plus une surprise puisque, comme nous l'avons plusieurs fois souligné, certaines de ces figures ne sont réalisables, en manipulation directe, comme nous les avons faites, qu'avec cet outil.

Cette qualité là est aussi une dépendance : nous avons plusieurs fois souligné combien ce plongement individuel dans le fonctionnement interne du logiciel, et une certaine expertise quant à ses propres comportements graphiques par exemple, nous rend dépendant non pas d'un concept comme la géométrie dynamique, mais bien d'une de ses implémentations. Nous sommes donc un peu, pour la géométrie dynamique, à l'ère du parchemin, quand la qualité de la miniature que l'on pouvait effectuer était fonction de celle du parchemin et des encres disponibles. Nous rendons alors compte, par ce travail, que nos miniatures sont réussies parce que nous avions à notre disposition les meilleurs outils disponibles.

Il en résulte donc, à une époque où chacun de nos travaux peut être mis à disposition de toute la communauté en quelques minutes, un sentiment de réalisation artisanale, individualisée, relevant plus de l'art de l'archer qui peaufine l'équilibre de ses propres flèches[5] que celui d'un travail prêt pour une certaine standardisation comme le sont les documents pour les tableurs, les bases de données ou le traitement d'images 3D.

---

[4] C'est un peu moins vrai pour les lieux - comme on peut le voir sur les cercles pseudosphériques quand on fait se superposer, avec deux couleurs différentes, les cercle mono et multifeuilles - car ils ne sont pas calculés de la même manière dans les deux cas, et il n'y a pas de procédure de test de superposition des pixels allumés.

[5] Ici l'organisation (interne) des macros, en particulier quand il s'agit de répartir (et dans quelle proportion ?) les appels à des macros internes numériques par rapport à des parties de constructions géométriques, le tout étant transparent à l'utilisateur (par exemple sur les droites pseudosphériques).

XI.1.b. L'interface utilisateur

L'interface utilisateur de Cabri a largement été étudié en didactique. Nous n'avons pas rencontré le même type de problème que dans d'autres études compte tenu d'un public utilisateur largement différent : adulte, et spécialisé en mathématiques.

Les problèmes rencontrés relèvent plus de l'exigence de continuité, par le logiciel du contrat d'engagement direct qu'il induit lui-même. Plus précisément, la remise en cause est plus celle du micromonde construit, hyperbolique ou elliptique, mais nous allons voir que c'est la conception des macros qui est interrogée ici.

Ainsi lors des deux dernières séances[6] les étudiants ont fait remarquer, à leur manière[7], que les macros ne permettaient pas d'implémenter l'engagement direct interne au logiciel. Par exemple à la séance 3, quelques stagiaires perspicaces – il fallait l'être à ce moment – ont regretté qu'il n'y ait pas, pour la macro *Droite du faisceau passant par un point*, des retours d'engagement direct du genre « cette première droite du faisceau » comme il y a, pour la macro *Milieu* « de ce premier point ». L'argument d'une stagiaire mérite d'être entendu :

> *« Si cela a été fait pour les élèves, c'est que ça doit servir, alors pourquoi pour nous ça n'existe pas ? ».*

Nous avons été surpris de cette remarque, car le ton, contrairement à la note précédente, était celui d'un regret. L'analyse que nous faisons de cet incident est qu'il nous a été reproché que l'homologie didactique ne soit pas parfaite car, à cet instant, l'engagement direct sur le micromonde hyperbolique construit, ne fonctionnait pas aussi parfaitement que celui disponible aux élèves.

À la séance suivante, lors de la construction des cercles circonscrits elliptiques, il a été plusieurs fois mentionné (cette fois, avec la remarque de la note) qu'il n'y avait pas d'engagement direct sur « de centre ce point » et « passant par ce point » comme dans le cas euclidien. Ces quelques remarques débouchent tout naturellement sur le point suivant :

XI.1.c. L'interface concepteur

C'est le point le plus faible de Cabri. Il a été entièrement conçu pour ce qu'il est en classe : un CAhier de BRouillon Interactif, et certainement pas, ce qu'il est devenu par la suite aux mains de nombreux utilisateurs experts, en mathématique, mais aussi en physique – et le domaine d'utilisation est alors très vaste – voire même en architecture[8], c'est-à-dire comme un outil de conception de micromondes.

---

[6] Avant chacun était plus centré sur la compréhension de la tâche à accomplir, et à reconstruire ces connaissances qui semblaient parfois s'effondrer à vue sur l'écran. Ce qui suit montre d'autant plus le recul obtenu lors de ces dernières séances.

[7] De manière parfois cinglante, du genre (par un garçon, à la séance 4, qui par ailleurs a beaucoup apprécié cette formation en tant que telle) : « là on voit bien qu'on est à la préhistoire de la géométrie dynamique ». Avec le recul du chercheur, et par sympathie avec l'outil de travail, nous avons transposé ceci quelques siècles plus tard, d'où le parchemin et l'archer.

[8] Comme vu à CabriWorld 2 à Montréal, où nous avons pu découvrir que Cabri est utilisé dans une école d'architecture, avec efficacité.

c.1. La gestion des barres de menu

En fait il manque à Cabri une véritable interface pour le concepteur au sens où les interfaces de logiciels professionnels en ont : Cabri n'est pas conçu comme l'outil de production dont nous aurions eu besoin pour un travail comme celui que nous avons réalisé ici, et ceci explique en partie le fait que n'avons pas produit autant de barres de menus diversifiés que nous aurions souhaité le faire pour plusieurs raisons :

- Quand une barre de menu est chargée, parfois – assez souvent pour que cela soit mentionné – il n'est pas possible de charger d'autres macros individuellement, même par l'item « Ouvrir » de Cabri. Il faut souvent ouvrir toutes les macros de la barre, une par une à partir de l'environnement standard[9].
- Quand on vient de réaliser une série de macros, on pourrait souhaiter les insérer dans une barre, mais si on charge la barre, souvent – pas toujours – les macros, pourtant dans le menu, disparaissent. Une astuce pour les conserver consiste à faire une figure qui les utilise toutes, alors elles sont conservées, mais ce n'est qu'une astuce utilisateur.
- On sait que Cabri conserve toutes les macros utilisées dans les figures, donc de temps en temps il faut quitter Cabri pour vider le menu Cabri. Mais si on veut conserver une barre enrichie, il faut parfois enlever plusieurs dizaines de macros par des déplacements alors que des simples clics sur des cases à cocher seraient plus efficace.
- Si on a ouvert des figures utilisant des macros anciennes portant le même nom générique que celle de la barre chargée, c'est la première – donc celle de la barre de menu enregistrée – qui change de nom. Si on fait une nouvelle macro et que l'on enregistre cette barre enrichie, le nom de la macro de base, fonctionnelle, est modifié. Or :
- Il y a impossibilité de modifier directement une macro dans Cabri, non pas dans ses fonctionnalités, mais dans sa présentation (nom, icône, items de présentation) :
- Il faut alors refaire toute la barre … à condition d'avoir conservé les macros indépendamment.

En clair la gestion des barres de menu est effectivement conçue pour une utilisation relativement minimale en comparaison avec ses potentialités, largement suffisante pour une utilisation scolaire classique, mais pas pour un travail de production de barres de menus spécialisées comme nous aurions aimé en proposer à l'issue de ce travail.

Aussi, une évolution intéressante de Cabri, du côté des concepteurs de micromondes, serait dans l'implémentation d'un véritable gestionnaire[10] de barres de menus. Dans un premier temps cela pourrait être un utilitaire indépendant de Cabri, mais son insertion dans le logiciel serait plus intéressant pour des enrichissements des barres.

---

[9] C'est aussi la raison pour laquelle, en marge des barres fournies, toutes les macros sont données individuellement sur le CD d'accompagnement.

[10] Nous pensons ici, parce que c'est notre référence personnelle, à la gestion des calques de Photoshop, avec les notion de groupes de calques, et les possibilités de transferts de styles de calques d'un groupe à l'autre : nous sommes dans un logiciel organisé autour d'une production efficace. Ce n'est pas un point pris en considération par Cabri, centré sur l'utilisation scolaire individuelle et donc sur les qualités de son moteur de manipulation directe et celles, remarquables on l'a dit, de son engagement direct.

c.2. L'importation de l'engagement direct

Bien entendu, si une macro dispose d'une dénomination pour son premier objet final, ce nom est pris en compte en engagement direct par les autres macros. Ainsi on peut prendre une perpendiculaire à « cette droite hyperbolique », mais justement pas « *à* cette droite hyperbolique ». La nuance est subtile, et effectivement elle n'apparaît pas dans ce cas aux stagiaires[11]. Elle n'apparaît qu'après coup, une fois la réflexion effectuée sur une situation[12] où elle aurait été immédiatement utile, et donc où elle a été attendue. Il nous semble qu'il y a assez peu de travail sur le moteur interne de Cabri pour modifier ce comportement, même si le travail sur l'interface de présentation des macros est plus conséquent.

c.3. La perte d'informations spécifiques dans l'engagement direct

Un autre point mérite d'être souligné, qui peut éventuellement expliquer à l'utilisateur une apparente « non finition » de certaines macros qui renvoient comme objet final une conique. En effet Cabri sait distinguer les types de coniques et, on l'a déjà souligné, reconnaît des coniques particulières comme l'hyperbole équilatère ou l'ellipse circulaire. Mais si, en réalisant une macro, on donne un nom à la conique objet final, comme *Lieu des centres des tangentes*, l'information sur le type de conique – hyperbole, parabole, ellipse – est perdu alors qu'il pourrait être significatif comme retour d'information pour l'utilisateur. Là aussi une simple modification de quelques algorithmes devrait permettre de conserver, d'une façon ou d'une autre, cette information.

c.4. La désignation des autres objets

En distinguant la partie algorithmique de la partie de représentation dans les macros comme nous l'avions introduit au début du chapitre 2 et utilisé ensuite à l'occasion, nous avons plusieurs fois été amenés à séparer en fait les résultats en deux macros, parfois pour des raisons pratiques propres à la situation, mais aussi parfois parce que seul le premier objet peut être nommé. C'est une limite qui est dommageable dans les situations complexes de micromondes d'autres géométries. Même si elles ne sont pas dynamiquement algorithmiques, dans les macros renvoyant deux objets Cabri pour un objet non euclidien (comme le cercle elliptique), il est assez désagréable qu'une branche soit du micromonde [« ce cercle elliptique »] alors que l'autre reste dans l'environnement euclidien [« cet arc de cercle »]. Sur le plan didactique cette situation participe du décrochage vis à vis du plongement dans le micromonde (on perd alors l'a-didacticité de la situation si elle était ainsi engagée).

C'est aussi le cas quand la macro de représentation renvoie deux objets dont l'existence est exclusive l'un de l'autre, comme pour les droites de dmPP qui sont soit un arc de cercle, soit une demi-droite. L'interface actuelle ne permet pas de donner un nom à l'objet final du second cas.

On le voit, ces quelques remarques mettent en évidence l'orientation du logiciel, peu centré sur ces questions de productivité qui pourtant ouvriraient de nouvelles portes à des

[11] D'autant moins que le point sur objet, en particulier celui pris à la volée, par engagement direct du curseur se rapprochant d'un objet, inclut, par son traitement général, le « Sur » dans sa réponse : on a bien un « Sur cette droite hyperbolique » ou « Sur cette perpendiculaire hyperbolique ».

[12] Des utilisations soit plus complexes, avec les faisceaux, soit où deux objets de même type ayant des fonctions différentes ne sont pas prédésignés par l'engagement direct comme dans le cas du cercle défini par centre et point.

potentialités qui ne demandent qu'à s'exprimer[13]. Elles invitent les ergonautes du projet Cabri à prendre en compte une interface désormais pensée *aussi* pour les concepteurs de micromondes[14], maintenant que celle de l'utilisateur est largement optimale.

XI.2. Le cadre théorique

Au moment de la mise en place initiale de notre plan de travail, l'axiomatique de Bachmann nous a paru une ossature extraordinairement féconde pour, d'abord synthétiser, dans un contexte indépendant des structures de corps, des géométries aussi éloignées que l'hyperbolique et l'elliptique, ensuite pour montrer qu'avec une axiomatique aussi restreinte, on aboutit tout de même aux trois types génériques de géométrie et à leurs plongements dans une géométrie projective munie d'un polarité qui permette l'algébrisation.

Sur le plan pratique, l'utilisation du théorème de Hjelmselv ouvre les perspectives constructives que l'on a vues sur les faisceaux, bien entendu fondamentales pour le technicien, toujours en veille. En première lecture, nous avions été sensibles à l'esthétisme générale qui se dégage de l'axiomatique et même fascinés par les théorèmes relatifs aux séparations des géométries comme le lemme sur la polarité et le théorème qu'il induit (p. 431) et toutes les caractérisations autour de la figure de Bergau (p. 442).

Le regard que nous portions, en terme de formation, était de proposer une sorte de pèlerinage aux sources[15] de la géométrie. Celle, dirions-nous en formation, *d'avant les nombres*, pour bien signifier la position adoptée. Bien entendu, nous avions déjà pris en considération les mises en garde de Jean Pierre Kahane sur les pièges des définitions données « en réécrivant l'histoire à l'envers »[16]. Mais nous avions trouvé une cohérence naturelle avec la démarche retenue actuellement dans l'enseignement qui met l'accent sur les isométries dès le collège (au moins) : l'axiomatique sous jacente[17] à la géométrie enseignée est partiellement construite à partir des isométries.

En rédigeant le chapitre 4, en partie avant la formation effective avec les stagiaires, nous avons pris conscience que « la source » n'était pas aussi fonctionnelle qu'on pouvait le penser a priori. En pratique, des résultats significatifs sont en fait montrés en séparant le cas elliptique des autres (la polarité en fait). Et, après le faisceau des médianes, dont nous avons rendu compte, leur concours est montré après le plongement projectif, toujours en séparant les géométries. Rédigeant à la même époque les fiches de formation, nous avons pris au contraire toute la mesure de la force des outils spécifiques à chaque géométrie.

---

[13] Même si cela n'a aucun rapport avec notre thème, on imagine sans difficulté tout ce qui pourrait se faire avec des barres multiples gérant l'exploration des équations différentielles.

[14] Ceux-ci peuvent être euclidiens de tout ordre, en mécanique, en électricité, en astronomie …

[15] En référence à un ouvrage qui fut célèbre en son temps, publié la première fois en 1958 (Lanza Del Vasto). Donc un voyage géométrique à coloration (pastel) initiatique.

[16] Citation sur la page de garde du chapitre 8.

[17] On estime qu'il n'y a pas d'axiomatique véritablement cohérente sous-jacente à ce qui est actuellement enseigné au collège. Les deux figures dites « du triangle » et « du papillon » pour enseigner le théorème de Thalès *avec des distances* sont révélatrices des dérives de transposition didactique qu'imposent des choix d'efficacité immédiate. Mais d'autres organisations, cohérentes, et réalistes, restent possibles comme celle proposée par Annie Cousin-Fauconnet : «*Enseigner la géométrie au collège* » – Armand Collin –1995. Cette présentation met en place très tôt les symétries, mais aussi la distance ce qui n'est pas ici notre objectif. Voir aussi la préface de Jacqueline Lelong Ferrand.

Ainsi parti d'un projet de formation sur une vision globalisante d'une axiomatique efficace, nous sommes arrivés à présenter quasiment l'opposé : l'efficacité des outils propres à chaque géométrie sur l'exemple du théorème absolu des milieux, ce qui renforce la (représentation de notre) pertinence à utiliser les outils affines (barycentre, translation) en géométrie euclidienne.

Nous avons alors induit dans notre formation la représentation d'une séparation indéniable de ces trois géométries, qui ont des spécificités propres, en particulier en terme de type de faisceaux de droites par exemple. Notre discours, basé sur le nombre de types de faiceaux était sans appel : en géométrie elliptique les faisceaux à centre sont aussi à axe, il n'y a qu'un type de faisceau. En géométrie euclidienne ces deux types sont distincts, et en hyperbolique, la géométrie est plus riche car il y a un troisième type de faisceau. De plus, sans que cela soit mentionné, la concordance des faisceaux à centre et à axe dans le cas elliptique véhicule un caractère de dégénérescence pour cette géométrie alors que d'un autre point de vue, c'est elle qui est la plus générale puisqu'elle est naturellement projective.

En rédigeant la partie du plongement projectif, nous avons été attirés par la relation entre le plongement projectif[18] du modèle hyperbolique de Klein et un équivalent elliptique, que nous a proposé Daniel Perrin. Avec sa vision, induite non pas des groupes comme Bachmann, mais des représentations linéaires des groupes, la géométrie euclidienne devient la géométrie dégénérée et les deux autres deviennent comme « des sœurs jumelles » avec les propriétés de base de III.79 & 80 p. 319 et des constructions comme III.87.a p. 325 ou III.89 p. 326.

Il s'ensuit un autre regard sur la géométrie euclidienne[19], qui acquiert du coup une spécificité théorique qu'elle n'avait pas nécessairement dans la vision précédente, légitimant dans le même élan, une autre pertinence de son enseignement et de ses outils, tout en plaçant à distance les deux autres géométries comme « non dégénérées ». Nous avons donc, nous aussi, évolué dans nos propres représentations de ces géométries et de leur séparation, induite par les modèles conformes[20].

Quelque soit la pertinence de l'argument en faveur d'une prédominance spécifique – théorique – de la géométrie euclidienne *seule*, notre analyse est qu'une formation aux G.N.E., par les changements de cadre et les remises en question des représentations qu'elle produit, reste suffisamment significative pour que le projet d'homologie didactique qui l'accompagne soit pris en considération en tant que tel en formation des maîtres.

Reste que, sur le plan mathématique, ce nouveau regard dont nous avons brièvement rendu compte en III.7 va concentrer une grande partie de notre attention après ce travail ci, l'autre partie reprenant les différents items de la rubrique « ce qui n'a pas été fait », après cette conclusion.

---

[18] Qui, à quelques adaptations près, en particulier sur l'incidence, peut être aussi considéré comme hyperbolique (et on sort alors du cadre de Bachmann).
[19] Ceci n'est pas nouveau, Klein parlait déjà de géométrie « parabolique » pour le cas euclidien.
[20] Nous avons déjà vu que cette conformité induit une autre dualité, constructivement importante dans la note 100 p. 418 et les figures associées.

XI.3. La formation

La réflexion précédente repose la question, déjà abordée au chapitre précédent, de la place et des objectifs d'une telle formation. Elle renforce l'idée que, selon les objectifs – didactiques ou mathématiques – une telle formation peut facilement prendre un caractère professionnalisant (en regard aux représentations, à la prégnance culturelle mais aussi à la dimension exploratoire[21] de l'enseignement) ou disciplinaire (centrée sur les fondements de la géométrie).

La formation a rempli, *pour l'essentiel*, ses objectifs : les quelques points rappelés ci-dessus. Ceci a été largement détaillé et débattu au chapitre précédent (VIII.2 p. 635-640), nous n'y reviendrons pas. Même s'il ne s'est véritablement installé que dans les deux dernières séances, nous avons pu voir aussi ce basculement des pôles du savoir et de l'apprentissage comme décrit dans l'introduction, mais de manière moins systématique que ne l'attendait l'analyse a priori. *Pour l'essentiel*, car un retour à l'euclidien n'a pas été satisfaisant : incomplet et trop rapide. D'où les propositions d'une autre organisation (VIII.3 p. 641-644).

On pourrait objecter que, trop imbriqués dans des interactions diverses, les objectifs de ce travail ne sont décidément pas clairs, et en tout cas, les problématiques pas suffisamment définies. Nous sommes particulièrement sensibles[22] à cet argument. C'est celui de l'efficacité de l'étude du local, même réduit, en rapport à la globalité, difficile à appréhender. Les historiens des sciences qui se sont interrogés sur la question nous disent qu'une des raisons – autres que le développement scientifique technique s'entend – qui fit que la gravité a été découverte en Europe et non pas, par exemple en Chine, est l'approche holistique de la pensée chinoise qui ne considère pas comme pertinente (et donc « autorisée ») l'approche locale et séparée d'un phénomène aussi global : l'influence, a priori, des éléments naturels (vent, pluie, etc) rendait illusoire l'étude *précise* de la chute des corps. La science est réductionniste ; c'est sa force[23]. Et pourtant, la réduction faite, elle essaie ensuite de retourner à la complexité par des chemins qui lui sont propres. C'est dans ce second mouvement que nous aimerions situer notre démarche.

Les objectifs que nous avons proposés, aussi bien dans l'introduction générale, pour l'ensemble de ce travail, que dans l'introduction à la seconde partie, pour la formation proprement dite, s'inscrivent dans ce rapport à la complexité qui nécessite une certaine souplesse inhérente à la non détermination a priori. Le compte rendu de l'évolution de notre regard sur le cadre théorique est un exemple du mouvement autorisé par cette souplesse. Celui de l'activité 6 de la séance 2 (chapitre 6) est, entre autre, un exemple de notre propre résistance à cette souplesse à laquelle pourtant nous sommes sensibilisés.

---

[21] Du monde sensible en apparence, du modèle standard que l'on se donne de ce monde en réalité.

[22] Il y a peut-être une faute de français – de goût – d'avoir accordé régulièrement le pluriel de distanciation dans tout ce document. Nous profitons de celui-ci pour mentionner que le « nous » est, parfois, *aussi* le collège des quatre protagonistes mentionnés dans la présentation de cette conclusion ;-)

[23] « La science est, je crois, réductionniste par essence. C'est ce mouvement même de réduction, de simplification, d'appauvrissement du réel qui fait le succès de la démarche scientifique. L'erreur, dramatique, serait de considérer cette démarche comme exemplaire et universelle, et de devoir assujettir à ce modèle toute autre approche du réel, toute forme de compréhension du monde – c'est le scientisme que nous connaissons trop. » Jean-Marc Lévy-Leblond. Le Pont des Arts - *Mathematiques et Art* p. 242. Ouvrage collectif – Hermann.

XI.4. La relation à la formation

Parce que le stagiaire est invité par l'institution à être co-auteur de sa formation, et l'enseignant, au quotidien, à être en formation permanente, nous avons *choisi* de rendre compte de l'enseignant, non pas comme d'un être isolé, face à ses choix qu'il prend sous l'influence de diverses contraintes institutionnelles comme le décrit généralement la didactique[24], mais plutôt comme un individu en interaction constante avec *son* milieu [les élèves], apprenant *aussi* sur lui, de par ses actions, et des interactions qu'elles produisent.

L'image que nous avons donnée de cette situation, par une double hélice cognitive, constituante du *praticien réflexif*[25], peut être sujet à controverse, assurément. Mais l'essentiel n'est pas là, c'est une représentation. Elle évoluera comme ont évolué, par le regard des autres, nos représentations des différentes géométries et de leurs liens. Le lecteur aura aussi remarqué que l'essentiel de ce qui anime l'auteur de ces pages est généralement exprimé en note, sous la « ligne de terre » tracée par le traitement de texte, comme encore enfouie, l'émergence au visible attendant la maturité et la saison favorable pour s'épanouir.

Choisir l'enseignant comme objet d'étude, pour modéliser les gestes professionnels de l'enseignement ne nécessite pas, nécessairement que l'enseignant soit objectivé en soi. Ce réductionnisme là, s'il a pu être nécessaire[26], à la naissance de certaines sciences, n'est plus indispensable. Les sciences cognitives ont déjà depuis longtemps proposé d'autres approches sur le sujet en tant qu'objet d'étude. Retenir de l'enseignant, pour sa modélisation, qu'il est d'abord un être isolé sous contrainte nous paraît au moins, autant porteur[27] d'une représentation sociologique, comme le mal-être du vécu enseignant, qu'une réalité déterminante de l'anthropologie didactique. Nous préférons, dans cette circulation que nous avons plusieurs fois analysée, (sa)voir l'enseignant comme un sujet, qui, dans sa liberté individuelle, exerce sa réflexivité pour effectuer des choix parmi les possibles, enrichissant son environnement, et par là même s'enrichissant lui-même de cette expérience. Le résultat est peut-être identique dans les deux cas. Mais comme pour la démonstration d'un théorème, le chemin pour y parvenir est parfois plus riche d'enseignement que le résultat lui-même, et peut ouvrir de nouvelles perspectives.

---

[24] Nous avons par exemple relevé dans une communication récente sur les praxéologies mathématiques et didactiques (ITEM Juin 2003) cette phrase : « Le cœur du travail du professeur peut se décliner en deux questions : qu'est-ce que j'enseigne ? Comment je l'enseigne ? ». Il ne s'agit pas de polémiquer, juste remarquer que l'on peut déplacer le centre de l'interrogation.

[25] Donald Schön, déjà cité, p. 521. Édité dans une collection « formation des maîtres », au Canada.

[26] En rapport à la construction d'un corpus que l'on veut reconnu comme scientifique, par certaines institutions.

[27] Chacun sait combien le regard est cristallisant. Mais écrire, avec un statut d'écrit « savant » sur/avec ce regard ne peut que précipiter la réalisation [au sens de l'annexe de l'introduction] d'une situation encore « dans la fonction d'onde » : Avec son regard, posé pour participer à la construction de la science dont il relève, le chercheur réduit la fonction d'onde et précipite la matérialisation effective de ce qu'il voulait observer à l'endroit de l'observation. Cette cristallisation est alors (aussi) de sa responsabilité.